



10. klase

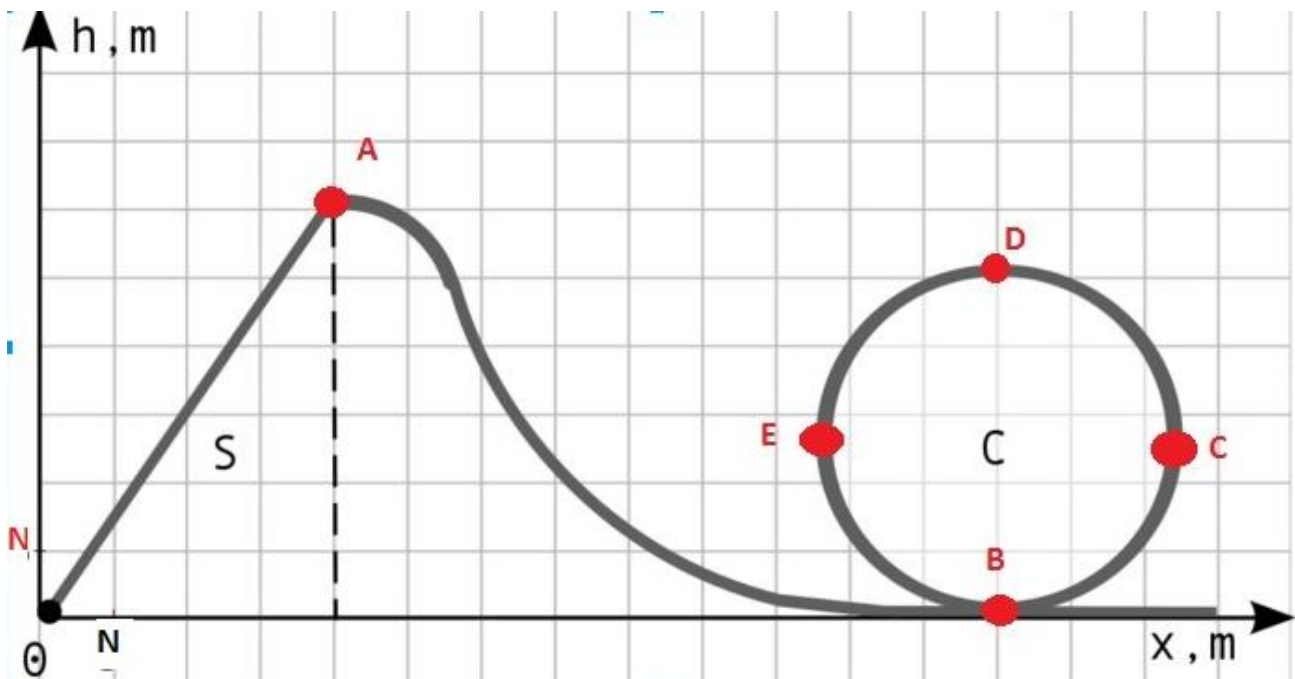
Jums tiek piedāvāti trīs uzdevumi. Par katru uzdevumu maksimāli iespējams iegūt 10 punktus. Katra uzdevuma risinājumu vēlams veikt uz atsevišķas rūtiņu lapaspuses. Neaizmirstiet uzrakstīt risināmā uzdevuma soļa numuru. Baltais papīrs paredzēts melnrakstam - to žūrijas komisija neskatīsies. Laiks - 180 minūtes.

1. uzdevums

MARSA KAUSA IZCĪŅA

Kopš 2150. gadā uzsāktās Marsa kolonizēšanas, ir pagājuši 10 gadi. Kolonizācija rit ļoti sekmīgi un 2160. gadā tiek rīkota pirmā starpplanētu kausa izcīņa bobslejā. Pie Marsa dienvidpola ir uzcelta inovatīva bobsleja trase ar mākslīgo CO₂ ledus segumu.

Kā to apliecina Latvijas komandas treneru iegūtie trases rasējumi (1. attēls), tad trase sastāv no “ieskriešanās” posma AB un vertikālā plaknē izvietotas cilpas BC+CD+DE+EF (F atrodas blakus B). Tai seko horizontāls bremzēšanas posms.



1. attēls

Cilpa tiek izbaurta, inerces efektu dēļ bobsleja kamanas piespiežot pie trases, tas nozīmē, ka kamanām nepieciešams uzņemt pietiekoši lielu ātrumu pirms cilpas. Vēl ir zināms, ka Marsa putekļu vētras uz trases (izņemot “negatīvos posmus” CD+DE) ir izveidojušas bremzējošu putekļu kārtu. Tīrajā trases daļā (CD+DE) berzes spēki ir neievērojami niecīgi. Vienīgā problēma, ka nav zināms trases shēmas rasējuma mērogs, kas tiek uzdots ar vienas rūtiņas izmēru metros N.

A Aprēķini brīvās krišanas paātrinājumu uz Marsa virsmas, ja ir zināma Marsa masa $M_M = 6.42 \cdot 10^{20}$ t un rādiuss $R_M = 3390$ km.

B Uzskicē spēkus, kas darbojas uz kamanām ieskriešanās posma beigās, tūlīt aiz punkta B, cilpas pašā sākumā. Paskaidro katra spēka izcelsmi.

C Uzskicē spēkus, kas darbojas uz kamanām cilpas augstākajā punktā D. Paskaidro katra spēka izcelsmi.

D Aprēķini bobsleja kamanu ātrumu ieskriešanās posma beigās, zinot, ka kamanas sāk kustēties ar ātrumu 5 m/s un ņemot vērā, ka 10% no kamanu potenciālās enerģijas izmaiņas ieskriešanās posmā tiek patērēts berzes spēku pārvarēšanai. Pieņem, ka rasējumā vienas rūtiņas izmērs ir $N = 5$ m.

E Aprēķini bobsleja kamanu ātrumu cilpas augstākajā punktā, ja posmā BC berzes spēku dēļ kamanas zaudē enerģiju, kas sastāda 10% no kamanu kinētiskās enerģijas punktā B. Joprojām pieņemam, ka $N = 5$ m.

F Cik lielam jābūt minimālajam kamanu ātrumam trases augstākajā punktā D, lai tās neatrautos no trases? Joprojām $N = 5$ m.

G Trases mēroga pārbaude

Kādam jābūt vienas rūtiņas izmēram N , lai sportisti sajustu maksimāli ne vairāk kā $10g_M$. Smaguma spēka sajūtu rada reakcijas spēka iedarbība. Piemēram, brīvā kritienā sportists smaguma spēku nesajūt, jo nav reakcijas spēka, kas uz to iedarbojas. Uzskatīt, ka berzes spēki nedarbojas un kustība tiek uzsākta bez sākuma ātruma (ieskrējiena).

H Lai labāk sagatavotos starpplanētu sacensībām, Latvijas izlases treneri ierosina Siguldā uzbūvēt treniņtrasi. Kādam jābūt trases kritumam H posmā AB un cilpas rādiusam R , lai pie neievērojami mazas berzes izpildītos sekojošais:

1) maksimālais sportistu "izjustais paātrinājums" (tīri reakcijas spēka iedarbība) sasniegtu $5g_Z$, (bet nepārsniegtu). Atgādinām, ka paātrinājuma izjūtu rada tikai reakcijas spēka iedarbība. Brīvā kritienā tas ir 0, sēžot miera stāvoklī tas ir g_Z .

2) punktā D ātrumam jābūt 3 reizes lielākam, kā tam, pie kura notiek kamanu atraušānās no trases virsmas.

3) maksimālajam ātrumam trasē jābūt 130 km/h (ne lielākam!).

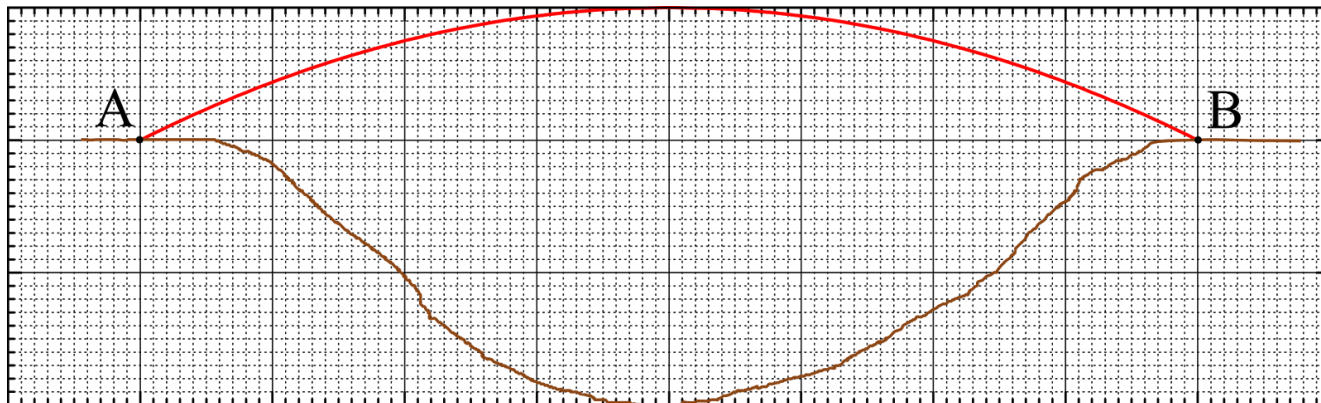
4) kustība tiek uzsākta bez ieskrējiena (sākuma ātrums ir 0).

I Cik garš Siguldā trasei kamanām ir horizontālais bremzēšanas posms pēc cilpas beigām, ja kustība trasē līdz tam notiek bez berzes, un bremžu darbību var aprakstīt ar berzes koeficientu $\mu = 0,5$. Trase būvēta, izmantojot iepriekš atrastos parametrus.

2. uzdevums.

LODES TRAJEKTORIJA

Apskatīsim lielgabalu, kas atrodas punktā A un šauj pa objektu, kas atrodas aizas otrā pusē punktā B, vienā augstumā ar lielgabalu. Sākumā (pirmajos trīs jautājumos) uzskatīsim, ka gaisa pretestība ir neievērojama. Aprēķinos izmantot brīvās krišanas paātrinājuma vērtību $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Lielgabala lodes trajektorija (gadījumā bez gaisa pretestības) ir dota 2. attēlā (sarkanā krāsā). **Aprēķiniem un skicēm izmantot uz atsevišķas lapas pievienoto trajektorijas attēlu.**



2. attēls

A Izmantojot 2. attēlu (**uz atsevišķās lapas**), noteikt attālumu starp punktiem A un B, kā arī lielgabala lodes maksimālo pacelšanās augstumu, ja zināms, ka aizas dziļums ir 200 m.

B Aprēķināt lielgabala lodes lidojuma laiku no punkta A līdz punktam B.

C Aprēķināt lielgabala lodes izšaušanas ātrumu.

D Izšaujot ar lielgabalu no punkta A, trāpīt pa objektu, kas atrodas punktā B ir iespējams arī, ja lielgabals tiek nomērķēts citā leņķī, bet lode tiek izšauta ar to pašu sākuma ātrumu. Aprēķināt maksimālo lodes pacelšanās augstumu un uzskicēt trajektoriju šajā gadījumā (**uz atsevišķās lapas**).

E Tālāk apskatīsim gadījumu, ja tiek ņemta vērā gaisa pretestība. Pieņemsim, ka gaisa pretestība ir pietiekami liela, lai radītu redzamu ietekmi uz lodes trajektoriju, bet pietiekami maza, lai vispār būtu vēl iespējams trāpīt objektam.

Kādā leņķī būtu jāšauj lielgabala lode, salīdzinājumā ar doto un **D** jautājumā izrēķināto trajektoriju, lai, pie tā paša izšaušanas ātruma, trāpītu mērķī? Uzskicēt atbilstošu lodes trajektoriju (**uz atsevišķās lapas**). Pamatot, kāpēc trajektorija izskatās tieši tā.

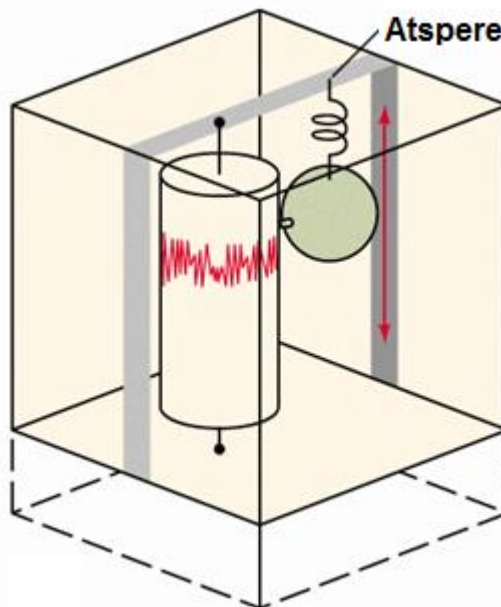
3. uzdevums.

ZEMESTRĪCE

Zemestrīce ir pēkšņa enerģijas izdalīšanās Zemes garozā, kā rezultātā veidojas seismiskie viļņi. Zemestrīces parasti rodas litosfēras plātņu sadursmes vietās. Plātņu savstarpējās kustības rezultātā izveidojas mehāniskais bīdes spriegums (*Shear stress*) starp dotajām plātnēm. Sasniedzot kādu maksimālo sprieguma vērtību, sākas plātņu straujāka kustība, slīdot vienai gar otru un radot triecienus, kas ir seismisko viļņu cēlonis. Parasti un arī šajā uzdevumā varam uzskatīt, ka seismiskie viļņi izplatās no viena punkta – zemestrīces epicentra.

A Zemestrīces epicentra meklēšanai, tās stipruma un dažādu citu parametru pētīšanai ir nepieciešami seismisko viļņu detektori. Apskatīsim ļoti primitīvu seismometru (3. attēlā), kas sastāv no atsperē iekārtas masas ar rakstošu elementu (turpmāk saukts par zīmuli), kas perpendikulāri savienota ar rotējošu ekrānu, kur attiecīgi dotais zīmulis atstāj savas pēdas (starp zīmuli un ekrānu berzi neņemt vērā).

Visa iekārta ir stingri pievienota pie zemes virsmas, lai seismiskās aktivitātes gadījumā seismometrs svārstītos tieši tāpat kā zemes virsma (ar tādu pašu ātrumu katrā punktā). Zinot, ka lodītes masa $m = 20$ g un, ka raksturīgo seismisko viļņu frekvence šajā gadījumā ir $f_0 = 10$ Hz, noteikt, ar kādu stinguma koeficientu būtu vēlams izmantot atsperi šajā gadījumā, zinot, ka zemes virsmas svārstību amplitūda ir maza.



3. attēls

B Sākoties seismiskajai aktivitātei, atsperes svārstis sāka svārstīties, taču pie kāda lielāka seismiskā grūdiņa atsperē, kuras sākotnējais stinguma koeficients bija $k_0 = 80$ N/m, pārlūza divās daļās attālumā $l = \eta l_0$ no augšpusē, kur $\eta = 0.28$. Seismologi izlēma no jauna iekārt lodīti garākajā no abām atlikušajām atsperes daļām. Aprēķināt jauno stinguma koeficientu šādai atsperei. Šeit un tālākajos punktos pieņemsim, ka iekārtās lodītes masa $m = 35$ g.

C Aprēķināt, cik reizes jaunā pašfrekvence dotajam atsperes svārstam atšķiras no sākotnējās, kad atsperē vēl nebija salūzusi.

D Ideāla seismometra gadījumā zīmulis atstātu svārstību grafiku, kam amplitūda sakristu ar zemes virsmas svārstību amplitūdu. Bet, tā kā seismometrs nav ideāls, tad patiesā lodītes svārstību amplitūda H attiecībā pret pašu iekārtu ir atkarīga no zemes virsmas svārstību cikliskās frekvences un atsperes svārstības cikliskās pašfrekvences ω_n :

$$H = a \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}$$

kur a ir zemes svārstību amplitūda. (Der gadījumam, kur svārstību rimšanas koeficients $\zeta = 0$, kā arī to pieņemsim šajā uzdevuma daļā). Novērtēt amplitūdas gadījumos, kad $f_z \ll f_n$ un kad $f_n \ll f_z$ un izdarīt secinājumus, kurā no gadījumiem seismometrs var tikt izmantots svārstību noteikšanai.

E Zinot, ka zemes virsmas svārstību frekvence ir $f_z = 5$ Hz, aprēķināt, kā mainījās amplitūda jaunajam svārstam, salīdzinot ar svārstu, kuram sākotnēji atsperē bija vesela (pirms salūšanas).

F Seismisko viļņu izplatīšanās ir samērā sarežģīts process, jo Zeme nav homogēna, un viļņi izplatās atšķirīgos veidos, ko ietekmē dažādi faktori. Izveidosim vienkāršotu modeli seismisko viļņu izplatīšanās principiem un uztveršanai. Varam pieņemt, ka ir divu veidu seismiskie viļņi – garenvilņi, ko sauc par P-vilņiem, kas izplatās ar ātrumu $v_p = 8$ km/s, un šķērsvilņi, ko sauc par S-vilņiem, kas izplatās ar ātrumu $v_s = 4$ km/s. Šajā uzdevuma punktā pieņemsim, ka detektors uztvēra abus viļņus ar laika nobīdi $\Delta t = 87$ s. Noskaidrot attālumu R līdz zemestrīces epicentram, tuvinājumā pieņemot, ka zeme ir plakana pietiekami lielā rādiusā.

G Tā kā noskaidrotais attālums neļauj noskaidrot precīzu epicentru atrašanās vietu, bet gan tikai attālumu (rādiusu) līdz tai, tad nepieciešami vismaz trīs dažādās vietās novietoti seismiskie detektori. Šajā uzdevumā pirmais detektors atradās punktā A ($x_1 = 0$; $y_1 = 0$), otrais detektors atradās punktā B ($x_2 = 0$, $y_2 = 200$ km) un trešais attiecīgi C ($x_3 = 300$ km, $y_3 = 0$). Zinot, ka ar seismisko detektoru palīdzību tika noteikti laiki un izrēķināti visi trīs rādiusi, kas attiecīgi bija $R_A = 270$ km, $R_B = 230$ km un $R_C = 168$ km, aprēķināt zemestrīces epicentru attiecībā pret pirmo detektoru pieņemot, ka P un S viļņu ātrumi nav atkarīgi no virziena un nemainās laika gaitā. Var aprēķinos izmantot kosinusa formulu.

H Amatieru seismologu grupa izdomāja pašrocīgi noteikt zemestrīces epicentru un pēc zemestrīces noteica laiku starpības starp P un S viļņiem. Pēc tam apvelkot apļus ar zināmajiem rādiusiem plaknē nonāca pie secinājuma, ka nav neviena punkta, kas vienlaicīgi piederētu visiem trīs lokiem. Izskaidrot cēloni, kas rada šo kļūdu. Pieņemt, ka zeme ir homogēna, un seismisko viļņu izplatīšanās ātrumi nav atkarīgi no virziena.

I Cik detektori ir nepieciešami, lai viennozīmīgi noteiktu zemestrīces epicentru, ja tas atrodas zem zemes un detektori atrodas uz zemes virsmas? Ja detektori atrodas zem zemes ierakti dziļumā, kas salīdzināmi ar epicentra dziļumu, cik detektori ir nepieciešami, lai viennozīmīgi noteiktu zemestrīces epicentra dziļumu? Abos gadījumos pamatot savu atbildi!

J Zemestrīces notiek samērā periodiski, un pamats šim cikliskumam ir bīdes sprieguma pieaugšana litosfēras plātnēm, līdz tās sasniedz maksimālo spriegumu un sāk kustēties, radot zemestrīci. Noskaidrosim ātrumu, ar kādu viena litosfēras plātne kustas attiecībā pret otru. Par pamatu ņemsim “Klusā okeāna plātņi” un “Ziemeļamerikas plātņi” un noskaidrosim to kustības ātrumu vienai attiecībā pret otru. Zināms, plātņu efektīvais platums $d = 100$ km, maksimālais spriegums plātnēm ir aptuveni $\sigma_m = 3.0 \cdot 10^{10}$ Pa, kā arī bīdes modulis $\mu = 2.5 \cdot 10^{15}$ Pa. Tāpat zināms, ka lielas zemestrīces notiek apmēram vienu reizi laikā τ . Noteikt plātņu vidējo pārvietošanās ātrumu v vienai attiecībā pret otru.