µazā fizikas universitāte

LATVIJAS UNIVERSITATE ANNO 1919

18. februāris Rīga, Zeļļu 8-100 — vidusskolēniem JAUNO FIZIKU SKOLA.2 — netiešie mērījumi

Skolēna darba lapa. Teorētiskā daļa.

Ar tiešo mērījumu palīdzību tiek nomērīts cilindra augstums h un diametrs d, lai netiešā veidā noteiktu tā tilpumu $V = \frac{\pi h d^2}{4}$. Mērīti tiek rūpnieciski ražoti cilindri izlases veidā.

Nr. p. k. (i)	h_i, mm	$(h_i - \bar{h})$, mm	$(h_i - \bar{h})^2$, mm^2	d_i, mm	$(d_i - \bar{d})$, mm	$(d_i - \bar{d})^2$, mm^2	$(h_i-\bar{h})(d_i-\bar{d})$, mm^2
1	69			22			
2	61			27			
3	61			28			
4	67			24			
5	62			25			
6	66			23			
7	66			25			
8	62			24			
9	62			27			

Aprēķini vidējās vērtības: $\bar{h} =$ $\qquad$ $\bar{d} =$ $\qquad$ un tilpumu $V =$

Tālākās darbības veiksim, lai **objektīvi** novērtētu netieši iegūtā lieluma V kļūdu.

Lai novērtētu rezultātu izkliedi aplūkosim vērtības $(h_i - \bar{h})$ un $(d_i - \bar{d})$. Ieraksti tās tabulā. Cik liela sanāk šo vērtību summa augstumam, cik diametram? Kāpēc tā?

Lai izvairītos no lielumu savstarpējās dzēšanās aplūkosim **kvadrātiskās novirzes** $(h_i - \bar{h})^2$ un $(d_i - \bar{d})^2$ un aprēķinam **vidējo kvadrātisko novirzi**:

$$s^2(h) = \frac{1}{n-1}\left\{(h_1 - \bar{h})^2 + (h_2 - \bar{h})^2 + \cdots + (h_n - \bar{h})^2\right\} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(h_i - \bar{h})^2 =$$

$$s^2(d) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2 =$$

Lielumi $s^2(x)$ ir proporcionāli mērījumu kļūdas kvadrātam: $\Delta x = \sqrt{s^2(x)}$

Abu lielumu (h, d) savstarpējo saistību apraksta sakarība $(h_i - \bar{h})(d_i - \bar{d})$ un tā vidējā vērtība:

$$c(d, h) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(h_i - \bar{h})(d_i - \bar{d}) =$$

Apkoposim vērtības $s^2(h)$, $s^2(d)$ un $c(d, h)$ tabulā:

$s^2(h)$	$c(h,d)$	=			
$c(d,h)$	$s^2(d)$				

Šo tabulu sauc par **kovariācijas matricu**, $s^2(h)$ un $s^2(d)$ – par augstuma un diametra **dispersijām**, bet $c(h, d)$ – par šo lielumu **kovariāciju**. Dispersija ir proporcionāla mērījuma kļūdas kvadrātam, savukārt kovariācija raksturo mainīgo savstarpējo saistību.

Aprēķinam tiešo mērījumu kļūdas $\Delta h = \sqrt{s^2(h)} =$ $\qquad$ $\Delta d = \sqrt{s^2(d)} =$ $\qquad$.

Kovariācijas vērtība ir grūtāk interpretējama, tās vietā biežāk aplūko **korelācijas koeficientu**:

$$cor(h, d) = \frac{c(h, d)}{\sqrt{s^2(h)} \cdot \sqrt{s^2(h)}} =$$

Korelācijas koeficienta vērtības ir ierobežotas $-1 \leqslant cor \leqslant +1$, robežvērtības ($\pm 1$) nozīmē, ka starp lielumiem pastāv **lineāra sakarība**.

Novērtēsim katra lieluma h un d ietekmi uz tilpuma kļūdu ΔV, izmantojot **ievietošanas paņēmienu**:

$$\Delta V(h) = \left| \frac{\pi(h + \Delta h)d^2}{4} - V \right| =$$

$$\Delta V(d) = \left| \frac{\pi h(d + \Delta d)^2}{4} - V \right| =$$

Mazliet sarežģītāk ir novērtējams kovariācijas ieguldījums kopējā kļūdā. Var teikt, ka kovariācija $c(h,d)$ ir proporcionāla lieluma $\sqrt{hd}$ kļūdas kvadrātam: $\Delta(\sqrt{hd}) = \sqrt{c(h,d)} =$.

Pārrakstīsim tilpuma aprēķināšanas izteiksmi formā:

$$V = \frac{\pi\sqrt{h} \cdot \sqrt{hd} \cdot \sqrt{d} \cdot d}{4}$$

un izteiksim lieluma $\sqrt{hd}$ ietekmi uz gala rezultāta kļūdu:

$$\Delta V(\sqrt{hd}) = \left| \frac{\pi\sqrt{h} \cdot [\sqrt{hd} + \Delta(\sqrt{hd})] \cdot \sqrt{d} \cdot d}{4} - V \right| =$$

Kopējo kļūdu šiem aprēķiniem var saskaitīt kvadrātiskā veidā:

$$\Delta V = \sqrt{\Delta V^2(h) + \Delta V^2(h) - \Delta V^2(\sqrt{hd})} =$$

NB! Ir svarīgi ievērot, ka zīme pirms locekļa $\Delta V^2(\sqrt{hd})$ pēdējā izteiksmē ir tāda pati, kā lielumam $c(h,d)$. Šajā uzdevumā tā bija negatīva, bet citos var būt arī pozitīva!

Tagad varam pierakstīt gala rezultātu:

$$V \pm \Delta V =$$