FIZMATI.LV | mazā fizikas universitāte | JFS JAUNO FIZIĶU SKOLA | LATVIJAS UNIVERSITĀTE ANNO 1919 | FIZMIX LV

....	....	....	....
Vārds	*uzvārds*	*klase*	*datums*

Fizikālais svārsts

Darba mērķis

Noteikt brīvās krišanas paātrinājumu.

Teorijas apskats

Par fizikālo svārstu sauc cietu ķermeni, kas nostiprināts uz kādas ass un var svārstīties ap to. Matemātisko svārstu (diegā iekārts mazs atsvars) var uzskatīt par fizikālā svārsta īpašgadījumu.

Cieta ķermeņa rotācijas kustība, inerces moments

Cieta ķermeņa rotācijas kustību ap fiksētu asi apraksta likums, kas ir līdzīgs otrajam Ņūtona likumam (F=ma):

$$M = I\varepsilon, \qquad (1)$$

kur M – spēka moments pret fiksēto asi (N·m), ε – ķermeņa leņķiskais paātrinājums (rad/s^2), I – inerces moments pret fiksēto asi (kg·m^2).

Vienādojumu (1) varam uzskatīt par inerces momenta definīciju. Rotācijas kustībā inerces moments “pilda masas funkciju” – jo lielāks inerces moments pret kādu asi, jo grūtāk ķermeni iegriezt ap šo asi.

Lai saprastu, kāpēc izpildās sakarība (1), apskatīsim punktveida ķermeņa rotāciju ap kādu fiksētu asi (ķermenis saistīts ar asi tā, ka attālums līdz tai nemainās):

Ķermeņa īsā laika sprīdī veiktā ceļa garumu var izteikt šādi:

$$\Delta l = L\Delta\phi, \qquad (2)$$

kur L – ķermeņa attālums līdz asij, Δφ – ķermeņa leņķiskais pārvietojums (radiānos).

No šī vienādojuma varam iegūt sakarību starp ķermeņa ātrumu un leņķisko ātrumu:

$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t} = L\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = L\omega, \qquad (3)$$

kur v – ātrums (m/s), ω – leņķiskais ātrums (rad/s).

Analoga sakarība izpildās arī paātrinājumam:

$$a = L\varepsilon, \qquad (4)$$

kur a – paātrinājums (m/s^2), ε – leņķiskais paātrinājums (rad/s^2).

Izmantojot otro Ņūtona likumu un vienādojumu (4), varam saistīt ķermenim pielikto spēku un leņķisko paātrinājumu:

$$F = ma = mL\varepsilon \qquad (5)$$

Visbeidzot, izmantojam spēka momenta definīciju un iegūstam:

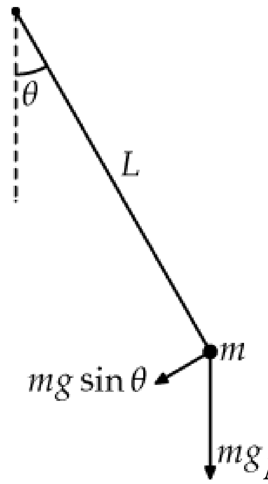
$$M = FL = mL^2\varepsilon \qquad (6)$$

Salīdzinot vienādojumus (1) un (6), redzam, ka punktveida ķermenim patiešām izpildās vienādojums (1) un tā inerces moments pret fiksētu asi ir $I = mL^2$, kur m – ķermeņa masa, L – ķermeņa attālums līdz asij.

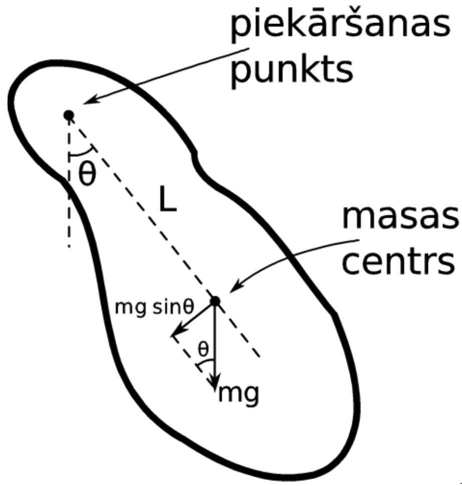
Secinājums. Ķermeņa inerces moments ir atkarīgs no ķermeņa rotācijas ass izvēles (Ja punktveida ķermenim rotācijas ass attālumu L palielinām divas reizes, tad tā inerces moments pieaug četras reizes).

(Noderīgi zināt) Jebkura cieta ķermeņa inerces momentu pret izvēlētu asi var atrast, iedomājoties ka tas sastāv no daudziem punktveida ķermeņiem, un saskaitot šo punktveida ķermeņu inerces momentus pret izvēlēto asi.

Matemātiskais svārsts un fizikālais svārsts



Matemātiskais svārsts



Fizikālais svārsts

Lai atrastu **matemātiskā svārsta** periodu, izmantojam otro Ņūtona likumu $ma = F = -mg\sin\theta$, vienādojumu (4) un mazu leņķu tuvinājumu $\sin\theta \approx \theta$, lai iegūtu svārstību vienādojumu

$$\varepsilon = -\frac{g}{L}\theta, \tag{7}$$

kur ε – leņķiskais paātrinājums (rad/s^2), L – svārsta garums, g – brivās krišanas paātrinājums, θ – novirzes leņķis (rad).

Var parādīt, ka šāds vienādojums apraksta svārstības ar periodu

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \tag{8}$$

Fizikālā svārsta gadījumā izvedums ir ļoti līdzīgs - apskatām vienādojumu (1) spēka momentam:

$$I\varepsilon = M = FL = -mgL\sin\theta \approx -mgL\theta, \tag{9}$$

un iegūstam vienādojumu, kas ļoti līdzīgs vienādojumam (7):

$$\varepsilon = -\frac{mgL}{I}\theta \tag{10}$$

Šis vienādojums apraksta svārstības ar periodu

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgL}}, \tag{11}$$

kur I – ķermeņa inerces moments pret svārstību asi (kg·m^2), m – ķermeņa masa, g – brīvās krišanas paātrinājums, L – attālums starp svārstību asi un ķermeņa masas centru.

Ķermeņa inerces momenta atkarību no rotācijas ass izvēles apraksta Šteinera teorēma.

<u>Šteinera teorēma (“paralēlo asu teorēma”)</u> - Ja cieta ķermeņa inerces moments pret asi, kas iet caur ķermeņa masas centru ir I_0, tad inerces moments pret citu asi, kas paralēla pirmajai, ir

$$I = I_0 + mL^2, \tag{12}$$

kur *m* – ķermeņa masa, *L* – attālums starp asīm.

Izmantojot Šteinera teorēmu, fizikāla svārsta periods (11) ir

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + mL^2}{mgL}} \tag{13}$$

Veicot nelielus pārveidojumus, iegūstam izteiksmi

$$LT^2 = \frac{4\pi^2}{g}L^2 + \frac{4\pi^2 I_0}{mg} \tag{14}$$

Darba uzdevumi

1. Atrast fizikālā svārsta masas centru
2. Noteikt svārstību periodu atkarībā no piekāršanas punkta attāluma līdz masas centram
3. Iegūtos datus attēlot grafiski un aprēķināt brīvās krišanas paātrinājumu g
4. **(papildu uzdevums)** Novērtēt g kļūdu

Darba piederumi

1. Statīvs
2. Koka dēlītis
3. Lineāls
4. Hronometrs
5. Diegs ar atsvaru

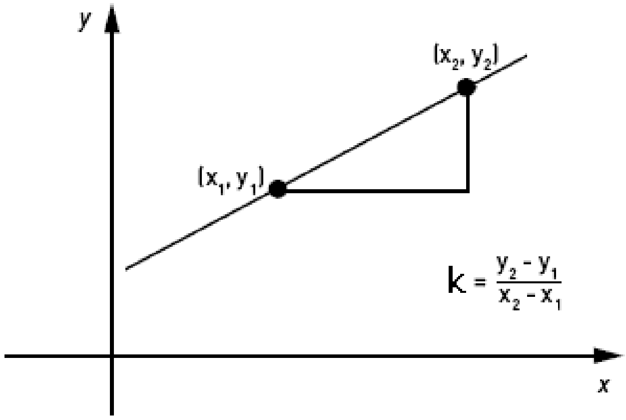
Darba gaita

1. Lai atrastu fizikālā svārsta masas centru, izmanto faktu, ka līdzsvara stāvoklī masas centrs atrodas tieši zem piekāršanas punkta. Izmantojot diegā iekārtu atsvaru, atzīmē punktu uz taisnes, kas iet caur piekāršanas punktu un masas centru, pēc tam šo taisni iezīmē ar zīmuli. Atkārto šo procedūru citam piekāršanas punktam un iezīmē otru taisni. Krustpunktā atrodas masas centrs.
2. Katram piekāršanas punktam izmēra attālumu L līdz masas centram (jāņem vērā, ka dēlītis nesvārstās ap cauruma centru, bet gan ap punktu, kur tas saskaras ar asi). Izmēra svārstību periodu T katram piekāršanas punktam. Izmērītos lielumus ieraksta 1. tabulā.

   Lai precīzāk noteiktu periodu, jāmēra laiks t, kurā svārsts veic n svārstības (piemēram, n=30). NB! Svārstībām jābūt ar mazu amplitūdu, lai varētu lietot mazo leņķu tuvinājumu!
3. Aprēķina, ieraksta tabulā un atzīmē uz milimetru papīra lielumus LT^2 (y-ass) un L^2 (x-ass).

No vienādojuma (14) seko, ka atliktajiem punktiem jāatrodas uz taisnes, kuras virziena koeficients ir $k = 4\pi^2/g$. Novelk taisni, kura vislabāk apraksta atzīmētos punktus, un nosaka tās virziena koeficientu. Aprēķina brīvās krišanas paātrinājumu $g = 4\pi^2/k$.

Taisnes virziena koeficienta noteikšanai izvēlas divus punktus uz taisnes, nosaka to



koordinātas un dala izmaiņu y ass virzienā ar izmaiņu x ass virzienā (skat. zīmējumu).

4. **(papildu uzdevums)** Lai novērtētu kļūdu, ar kādu aprēķināts g, vispirms novērtē kļūdas ΔL un ΔT un ieraksta 2. tabulā. Ja ir izmērīts laiks t, kurā svārsts veic n svārstības, un tā kļūda ir Δt, tad $\Delta T = \Delta t/n$. Lielāko daļu no kļūdas ΔL, visticamāk, rada masas centra atrašanās vietas neprecizitāte.

   Kļūdas $\Delta(LT^2)$ un $\Delta(L^2)$ var aptuveni novērtēt šādi:

   $\Delta(LT^2) = T^2\Delta L + 2\mathrm{LT}\Delta T$

   $\Delta(L^2) = 2\mathrm{L}\Delta L$

   Katram mērījumam novērtē kļūdas un ieraksta 2. tabulā. Grafikā visiem punktiem uzzīmē “kļūdu taisnstūrus”.

   Uzzīmē gan stāvāko, gan lēzenāko taisni, kas iet caur visiem kļūdu taisnstūriem un nosaka to virziena koeficientus. No šiem virziena koeficientiem aprēķinātās g vērtības norāda apgabalu, kurā atrodas g.

Tabula 1: ***Mērījumi un aprēķini***

Nr.	L, cm	t, s	n	T, s	LT^2, cm·s^2	L^2, cm^2

Tabula 2: ***Kļūdas***

Nr.	ΔL, cm	ΔT, s	$\Delta(LT^2)$, cm·s^2	$\Delta(L^2)$, cm^2

Lapa aprēķiniem